

XX. ročník slovensko-českého sympózia o analytickej filozofii

14.-16. september 2016, Praha, vila Lanna

Matematické vety ako pravidlá

RÓBERT MACO

KATEDRA FILOZOFIE A DEJÍN FILOZOFIE FIFUK

BRATISLAVA



Hlavná pointa príspevku

Pri **filozofovaní** o matematike je najmenej zavádzajúcim a zároveň najproduktívnejším spôsobom chápania matematických viet normatívne chápanie, t. j. keď na ne nahliadame ako na **pravidlá**, a nie ako na deskriptívne vety,

pretože tento prístup nás

- odrádza klásť si zlé otázky
- usmerňuje ku kladeniu si dobrých otázok

Postup prednášky

- **1. krok: Ako sa z matematiky stáva filozofický problém**
 - Kde sa berú tradičné epistemologické a ontologické otázky, ktoré zamestnávajú filozofov?
- **2. krok: Normatívne chápanie matematických viet**
 - Čo to znamená chápať matematické vety ako pravidlá a prečo je takéto chápanie lepšie než iné?
- **3. krok: Námietky voči normatívnemu chápaniu matematiky**
 - Prečo nie je normatívne chápanie matematiky všeobecne prijímané?

1. Od matematiky k filozofii

AKO NÁJSŤ V MATEMATIKE FILOZOFICKÝ PROBLÉM? (stručný návod)

(*Philosophies of Mathematics* (2002), autori: Alexander George + Daniel Velleman)

1. Predstavenie **vzorových príkladov** matematických poznatkov + ich dôkazy
1. Predstavenie **vzorových príkladov** matematických poznatkov + ich dôkazy
(napr. iracionálnosť, nekonečnosť prvočísel, Pytagorova veta, a pod.)
(napr. iracionalnost $\sqrt{2}$, nekonečnost prvočísel, Pytagorova veta, $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$ a pod.)
2. Kládanie **sugestívnych otázok**:
2. Kládanie **sugestívnych otázok**:
 - Ako sme získali dané poznatky? Na základe pozorovania/experimentu alebo pomocou čistého myslenia?
 - Ako sme získali dané poznatky? Na základe pozorovania/experimentu alebo pomocou čistého myslenia?
 - Čo to sú tieto poznatky? Na fyzikálnom svete alebo platónskej ríši abstraktných objektov?
 - Čo to sú tieto poznatky? Na fyzikálnom svete alebo platónskej ríši abstraktných objektov?
 - Sú tieto poznatky nevyhnutne pravdivé alebo len kontingentne pravdivé?
 - Sú tieto poznatky nevyhnutne pravdivé alebo len kontingentne pravdivé?
 - Ako môžeme my ako konečné bytosti nadobúdať poznanie o nekonečne mnohých entitách?
 - Ako môžeme my ako konečné bytosti nadobúdať poznanie o nekonečne mnohých entitách?
 - Ako môžeme my ako konečné bytosti nadobúdať poznanie o nekonečne mnohých entitách?

3. Zosumarizovanie filozoficky **problematických až záhadných** črt matematiky

„Zdá sa teda, že matematika je disciplína, prostredníctvom ktorej získavame poznanie o nekonečne mnohých entitách, s ktorými nemôžeme nijako kauzálne interagovať, a že toto poznanie nadobúdame pomocou konečných inferencií, ktoré neobsahujú empirické premisy a ich závery plynú s nevyhnutnosťou.“

- poznanie o matematických objektoch
- nekonečnosť
- kauzálna inertnosť matematických objektov
- neempirickosť (apriórnosť) matematického poznania
- nevyhnutnosť matematických poznatkov

2. Normatívne chápanie matematických viet

Inšpirácia: **neskorší Wittgenstein** – hlavne: *Poznámky o základoch matematiky*
Prednášky o základoch matematiky (1939)

V matematike sa presvedčame o *gramatických* vetách;
výrazom, výsledkom tejto presvedčenosti je teda to, že *prijímame nejaké pravidlo*.

Matematika ako taká je vždy meradlom, a nie (tým) meraným.

Matematické vety sú pravidlá (normy) reprezentácie, a nie deskriptívne vety.

Matematické vety ako normy reprezentácie poskytujú len lešenie pre nejaký opis.

AK poskytnu jím matematické čtyřpravidlá pro reprezentáci úsveta?

Príkldd:

Prvý kohútík zmsavaň naplní za 55minút, druhý kohútík zmsavaň za 100min. Za koľko minút to bude pri oboch otvorených kohútíkoch?

Matematizácia situácie:

Prvý kohútík zmsavaň naplní za 55minút, druhý kohútík zmsavaň za 100min. Za koľko minút to bude pri oboch otvorených kohútíkoch?
--takže za t minút naplní x kohútík zmsavaň, takže za $1 - x$ minút naplní druhý kohútík zmsavaň

$$\frac{1}{5} * t = x$$

Druhý kohútík:

Druhý kohútík:

$$\frac{1}{10} * t = 1 - x$$

Po spočítaní oboch rovníc:

Po spočítaní oboch rovníc:

$$\frac{1}{5} * t + \frac{1}{10} * t = x + (1 - x)$$

3. Námietky voči normatívnemu chápaniu matematiky

- A čo čistá matematika?

- Nevzťahujú sa „pravidlá reprezentácie“ len na **aplikovanú** matematiku?

- A čo pravdivosť matematických viet?

- Sú pravidlá pravdyschopné (truth-apt)?

- A čo objektivita matematiky?

- Nie je matematika ako súbor pravidiel „ľudská, **príliš** ľudská“?

- Otáznosť rozlíšenia medzi „normatívnymi“ a „deskriptívnymi“ vetami

- Nie je možné **každú** vetu chápať ako pravidlo?

Dobre a zle filozoficke otázky o matematike

Niekoľko príkladov na **zlé otázky**:

- O čom je matematika?
- Existujú matematické objekty?
- Aký je ontologický status matematických objektov?
- Ako môže konečná bytosť poznávať matematické nekonečná?
- Objavujeme matematiku alebo ju vytvárame?

Dobré otázky:

- Prečo prijímame dané matematické pravidlo?
- Prečo by sme mali prijať nové (alebo iné) axiomy v danej oblasti?
- Akú úlohu zohráva matematika v našich najlepších empirických teóriách?
- Ktoré smery a typy matematického výskumu by sme mali podporovať?

Závěrečné slovo

... I have no right to want you to say that mathematical propositions are rules of grammar. I only have the right to say to you, “Investigate whether mathematical propositions are not rules of expression, paradigms – propositions dependent on experience but made independent of it. Ask whether mathematical proposition are not made paradigms or objects of comparison in this way.”

(Wittgenstein, *Lecture V*)